

УДК 523.9; 53.08;

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В АТМОСФЕРЕ СОЛНЦА НА ОСНОВЕ СЕРИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Егоров Г.А., Журавлев В.М.

Ульяновский государственный университет,

Лаборатория космических исследований

Излагается метод вычисления спектральной плотности волновых процессов на Солнце по серии изображений в форме магнитограмм, получаемых с борта космических аппаратов SOHO или SDO.

Ключевые слова: цифровой спектральный анализ, волновые процессы на Солнце

Spectral analysis of wave processes in solar atmosphere on base of image series

The method of calculation of the spectral density of the wave processes in the Sun for a series of images in the form of magnetograms obtained from spacecraft SOHO or SDO are represented

Key words: digital spectral analysis, wave processes on the Sun

Введение

Одним из наиболее перспективных направлений исследования внутреннего строения Солнца является в настоящее время гелиосейсмология, опирающаяся на вычисление профилей распределения скорости звука по глубине атмосферы Солнца на основе исследования волн, наблюдаемых на его поверхности. Основным диапазоном периодов волн в гелиосейсмологии принят диапазон звуковых колебаний вблизи периода 5 минут. В этом диапазоне имеется набор пиков, соответствующих основным модам колебаний, целое число раз укладывающихся вдоль сферической поверхности Солнца. Однако на поверхности Солнца существуют волновые процессы, периоды которых имеют гораздо большую величину и физический механизм существования которых иной, чем звуковые колебания. Наиболее мало изученным является диапазон периодов, начинающийся от нескольких

часов и более. Это связано с тем, что физические механизмы образования и поддержания волн в этой области разнообразны и содержат достаточно много шумовых составляющих, что делает их изучение достаточно сложным. С другой стороны этот диапазон содержит достаточно много информации о внутреннем строении Солнца, которая может существенным образом дополнять информацию, получаемую в диапазоне звуковых колебаний. Например, в области низких частот можно получать информацию о дифференциальном вращении Солнца и распределении скоростей этого вращения по глубине.

В настоящей работе рассматриваются методы вычисления спектральных характеристик волн в диапазоне периодов $T > 3$ часов по серии изображений Солнца, получаемых с борта солнечной обсерватории SOHO. Эти методы опираются на многомерный спектральный анализ, основанный на методе максимальной энтропии. В работе описаны основные алгоритмы вычисления спектров и их интегральных характеристик, а так же дисперсионных кривых соответствующих процессов.

1. Метод вычисления спектральной плотности на основе антенных решеток

Метод построения спектральной плотности процессов, происходящих на Солнце на основе анализа серий изображений, опирается на широко используемый в геофизике метод фазовых антенных решеток [1-3]. Под антенной решеткой в таком подходе подразумевается совокупность датчиков, измеряющих некоторый физический параметр среды (например, температуру, давление и т.п.), в некотором наборе точек, расположенных на некотором точно известном фиксированном расстоянии друг от друга. Измерения всеми датчиками производятся синхронно через равные промежутки времени длительностью Δt . В результате получается набор рядов измерений $X_i^{(a)}$, где a - номер датчика (или узла антенной решетки), а

индекс i указывает номер временного отчета, в котором получены измерения. Для построения пространственно-временного спектра волнового процесса, который предполагается стационарным в широком смысле [4], используют оценку фазовых задержек на данной частоте f Фурье-составляющей процесса между всеми парами узлов антенной решетки. Для сигнала в форме плоской гармонической волны фазовые задержки $\Delta\phi_{ab}(f)$ между любыми тремя несовпадающими узлами с номерами a, b, c удовлетворяют условию треугольника:

$$\Delta\phi_{ab}(f) + \Delta\phi_{bc}(f) + \Delta\phi_{ca}(f) = 0.$$

Это является следствием того, что фазовая задержка для гармонической плоской волны с волновым вектором $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)$ может быть вычислена по формуле:

$$\Delta\phi_{ab}(f) = (\mathbf{k}, \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) = k_1(x_a - x_b) + k_2(y_a - y_b) + k_3(z_a - z_b), \quad a, b = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{r}_a = (x_a, y_a, z_a)$ - радиус-вектор положения узлов антенной решетки, число которых равно N . Знак фазовой задержки определяется порядком узлов, в котором проводится вычисление. Если известны фазовые задержки $\Delta\phi_{ab}(f)$ между парами узлов, то, решая систему алгебраических уравнений (1), можно вычислить волновые вектора $\mathbf{k}(f)$ для каждой частоты f . Для этого фазовые задержки в двумерном пространстве должны быть известны для двух пар узлов, а в трехмерном - для трех. В случае наличия шума или негармоничности падающих волн, фазовые задержки вычисляются с ошибками, что приводит к различным значениям оценок волновых векторов процессов для разных групп узлов на данной частоте f . В этом случае для вычисления волновых векторов используют методы спектрального анализа.

Основой такого подхода, который описан, например, в [4], является последовательная процедура оценивания спектральной матрицы $S_{ab}(f)$ векторного процесса X_i^a и последующее оценивание пространственно-

временного спектра $S(\mathbf{k}, f)$ по уже известной спектральной матрице. Вся эта процедура может быть описана в терминах метода максимальной энтропии.

Оценка спектральной матрицы по методу максимальной энтропии строится таким образом, чтобы максимизировать энтропию векторного процесса при заданных значениях ковариационной матрицы на первых нескольких сдвигах в предположении его стационарности в широком смысле, нормальности его вероятностного распределения. Энтропия такого дискретного по времени векторного процесса может быть вычислена по формуле:

$$H_m = -\frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \ln(\det S) df \quad (2)$$

где $S = (S_{ab}(f))$. Интеграл берется по нормированной частоте по интервалу, ограниченному частотой Найквиста, равной для нормированной частоты значению $\pm 1/2$. Согласно формуле Винера-Хинчина, спектральная матрица связана с ковариационной функцией:

$$\int_{-1/2}^{1/2} S(f)_{ab} e^{-i2\pi kf} df = R_{ab}(k), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

В результате, для вычисления спектральной матрицы $S(f)$ при заданных значениях ковариационной матричной функции $R(k) = (R_{ab}(k))$ для сдвигов $|k| < M$ необходимо максимизировать функционал:

$$\tilde{H} = -\frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \ln(\det \mathbf{S}) df + \sum_{|k| < M+1} \sum_{a, b < 1} \Lambda_{ab} \left[\int_{-1/2}^{1/2} S(f)_{ab} e^{-i2\pi kf} df - R_{ab}(k) \right],$$

где Λ_{ab} - множители Лагранжа. Как показано было в работах [2,3,9,10], решение этой вариационной задачи эквивалентно построению для заданных матриц $R(k)$ модели авторегрессии исследуемого векторного процесса. Поэтому для вычисления спектральной матрицы обычно используют методы оценивания параметров модели авторегрессии [4,5], наиболее эффективным из которых является рекуррентный алгоритм Левинсона [5,6].

Следующим шагом построения оценки пространственно-временного

спектра является максимизация того же функционала, но при условии, что значения спектральной матрицы связаны с пространственно-временным процессом, стационарным в широком смысле. В этом случае к функционалу (3) следует добавить дополнительные условия следующего вида:

$$\int_{-k_0}^{k_0} \int_{-k_0}^{k_0} \int_{-k_0}^{k_0} S(f, \mathbf{k}) e^{-i2\pi(\mathbf{k}, (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b))} dk_1 dk_2 dk_3 = S_{ab}(f), \quad (4)$$

фиксирующие связь пространственно-временного спектра $S(\mathbf{k}, f)$ со значением спектральной матрицы для каждой пары узлов на данной частоте. В реальности энтропия пространственно-временного процесса, стационарного в широком смысле с нормальным распределением, описывается формулой [7]:

$$H_s = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-k_0}^{k_0} \int_{-k_0}^{k_0} \int_{-k_0}^{k_0} \ln S(\mathbf{k}, f) dk_1 dk_2 dk_3 df. \quad (5)$$

При условии выполнения соотношений энтропии H_m и H_s отличаются друг от друга на величину, не зависящую от значений спектральной матрицы $\mathbf{S} = (S_{ab}(f))$. Поэтому вариации соответствующих функционалов при фиксированных значениях спектральной матрицы должны совпадать. Отсюда легко находим [2,3], что наилучшей оценкой $S(\mathbf{k}, f)$ является оценка вида:

$$S(f, k) = [Tr(S(f)E(k))]^{-1}. \quad (6)$$

Здесь матрица $E(k)$ имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}) = \mathbf{e}^+(\mathbf{k}) \otimes \mathbf{e}(\mathbf{k}),$$

а элементы направляющего вектора гармонической волны $\mathbf{e}(\mathbf{k}) = (e_1, e_2, \dots, e_N)$ вычисляется по формуле:

$$e_a(k) = e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{r}_a)}.$$

Оценка (6) является искомой оценкой спектральной плотности сигнала, обоснованной с точки зрения принципа максимальной энтропии.

2. Метод вычисления спектральной плотности на основе серий изображений

Метод оценивания спектральной плотности на основе антенных решеток может быть использован в задаче оценивания спектров по сериям изображений. Такой подход может быть реализован несколькими способами [8]. В данной работе реализован способ, в рамках которого в качестве антенной решетки используются фиксированные точки снимков, привязанные к определенным, не изменяющимся от изображения к изображению, их геометрическим элементам.

В данной работе изучались волны в атмосфере Солнца на основе снимков, сделанных с борта космической обсерватории SOHO. Изображения, поступающие с SOHO, имеют фиксированные размеры. Аппарат SOHO находится в точке Лагранжа системы Солнце-Земля. Поэтому его относительное смещение по отношению к расстоянию от Земли до Солнца практически не сказывается на изменении масштабов элементов изображений на Солнце. В качестве неизменного геометрического элемента, с которым связываются элементы антенной решетки, выбираются геометрические параметры изображения диска Солнца. Изображение диска Солнца позволяет ввести систему координат в плоскости каждого снимка, которая привязана к экватору солнечного диска и среднему его солнечному меридиану. В результате каждая точка на снимке получает фиксированные координаты, не изменяющиеся от снимка к снимку. В качестве антенной решетки для анализа волн выбирались различные наборы точек числом от 3 до 10, которые располагались вблизи центра изображений на расстоянии не более 30° от гелиоэкватора и центрального меридиана (см. рис. 1). Поскольку анализ волн проводился в плоскости снимков, такой выбор антенной решетки обеспечивал допустимый уровень сферических искажений, что давало приемлемый уровень погрешности вычисления длин волн вдоль поверхности Солнца.

На точность оценки частоты волновых компонент при анализе серий изображений в области низких частот оказывает влияние собственное движение Земли (и вместе с ней аппарата SOHO) по орбите вокруг Солнца. Это влияние в основном сводится к доплеровскому смещению частоты волн на величину равную частоте с периодом в 1 год. Поскольку в работе исследовались периоды в диапазоне от нескольких часов до нескольких дней, то такой доплеровский сдвиг существенного влияния на оценки частоты волн не оказывал.

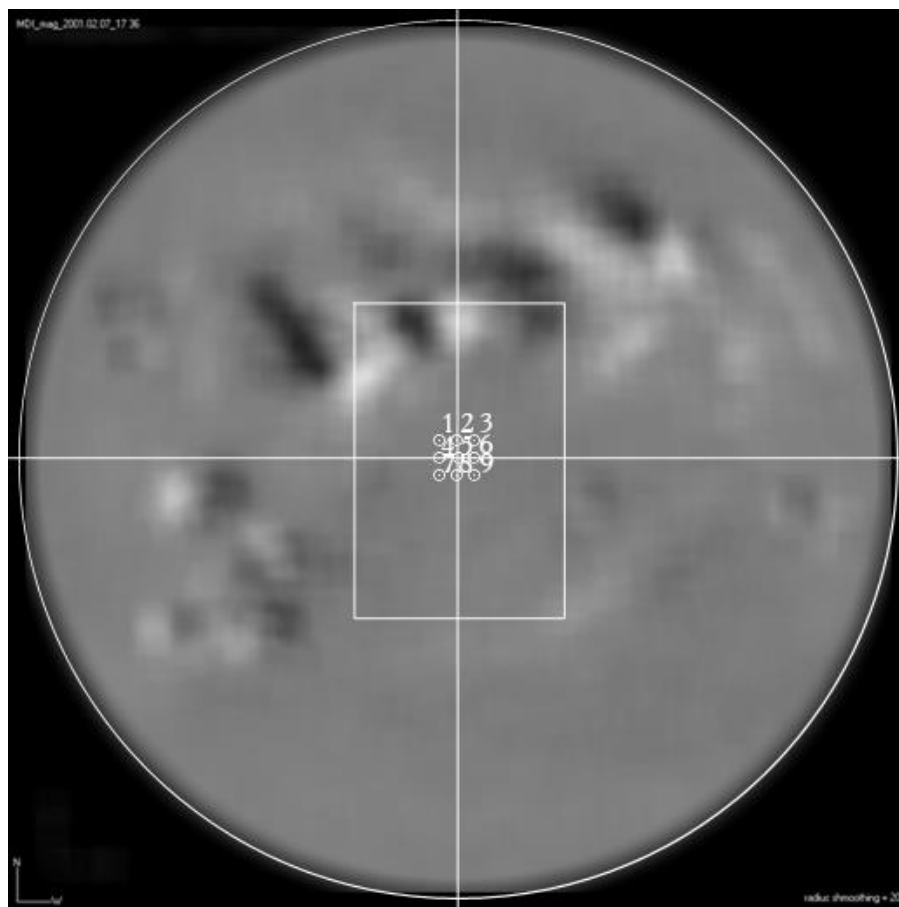


Рис. 1 Магнитограмма Солнца MDI_mag 1024x1024 пикселей, сглаженная прямоугольным фильтром, радиус сглаживания 20 пикселей, с выделенным регионом обработки и антенной решеткой из 9-ти элементов.

В качестве данных от антенной решетки в работе использовались цифровые значения величин интенсивностей излучения, зафиксированного в изображениях. В данной работе для анализа использовались MDI-магнитограммы. Цифровое значение интенсивности точек изображения пропорционально величине магнитного поля в точке излучения, лежащей

вблизи поверхности Солнца.

3. Описание исходного набора данных и предварительная обработка

В качестве данных для анализа волн в атмосфере Солнца в данной работе использовались, как указывалось выше, данные, получаемые с космических обсерваторий SOHO или SDO в форме MDI-магнитограмм. Эти данные имеются в открытом доступе на сайте: <http://soho.nasa.gov>. В данной работе в качестве демонстрации метода исследовались магнитограммы, полученные в интервале времени от 1 января 2001 года до 31 декабря 2002 года, полученные с аппарата SOHO. Магнитограммы, находящиеся в открытом доступе, получены через неравные промежутки времени в среднем с интервалом между ними 1.5 часа. Поскольку временные интервалы между изображениями менялись, то для их использования в качестве источников данных для многомерного спектрального анализа необходимо было интерполировать эти данные во временную сетку с равномерным шагом. Такая процедура проводилась с помощью метода линейной интерполяции с выбором шага сетки равным среднему значению интервала между отдельными изображениями для данного набора магнитограмм.

Поскольку интенсивность элементов магнитограмм может меняться значительно быстрее, чем 1.5 часа (звуковые колебания), то для исключения элайзинга (просачивания высокочастотных составляющих в низкие частоты за счет дискретизации непрерывного процесса) ряды подвергались низкочастотной фильтрации. Поскольку аналогичные проблемы могут возникать и при пространственном анализе, то длинноволновой фильтрации подвергались и сами магнитограммы. Пространственная фильтрация проводилась с помощью прямоугольного двумерного фильтра. В качестве отфильтрованного значения для дальнейшей обработки выбирались значения, полученные по формуле:

$$\overline{I}_{a,b} = \frac{1}{N} \sum_{i,j=-L}^L I_{a+i,b+j}. \quad (7)$$

Пример отфильтрованного изображения с $L = 20$ приведен на рис. 1.

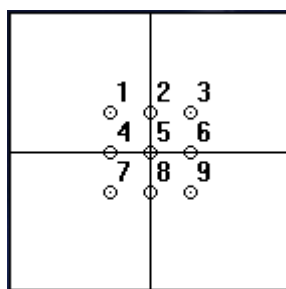


Рис.2 Шаблон ФАР.

Спектральному анализу подвергались ряды данных длительностью в несколько месяцев с последующим сдвигом по времени на несколько дней. В качестве антенной решетки выбиралась решетка с шаблоном из девяти элементов, расположенных так, как показано на рис. 2, расстояние между соседними узлами 20 пикселей. С каждой магнитограммы в указанных точках шаблона, положение которых определялось относительно края изображения, выбирались значения интенсивностей, которые относились к моменту времени, указанному как время получения данной магнитограммы (в имени файла). В результате формировался векторный ряд из девяти компонент, относящихся к отдельным узлам антенной решетки. Затем эти ряды интерполировались в равномерную сетку по времени.

4. Оценки спектральной плотности и интегральные спектры

Оценив спектральную матрицу каким-либо известным способом [4,9,10], можно рассчитать оценки для пространственно-временного спектра [9]. Часто используются три оценки:

1. Оценка Бартлета

Формула для оценки Бартлета следующая:

$$S(f, k_x, k_y) = \sum_{a,b} E_a^*(k_x, k_y) S_{ab}(f) E_b(k_x, k_y) \quad (8)$$

где $E_a(k_x, k_y) = \exp(i(k_x x_a + k_y y_a))$

k_x, k_y – компоненты волнового вектора

Индексы a, b нумеруют узлы антенной решетки.

2. Оценка метода максимального правдоподобия

$$S(f, k_x, k_y) = \frac{1}{\sum_{a,b} E_a^*(k_x, k_y) S_{ab}^{-1}(f) E_b(k_x, k_y)} \quad (9)$$

$S^{-1}_{ab}(f)$ – обратная спектральная матрица на частоте f .

3. Оценка метода максимального правдоподобия с учетом интерференции

$$S(f, k_x, k_y) = \frac{1}{\sum_{a,b} E_a^*(k_x, k_y) (\mathbf{S}^n)_{ab}^{-1}(f) E_b(k_x, k_y)} \quad (10)$$

Матрица \mathbf{S}^n здесь обозначает нормированную спектральную матрицу (10).

Общий вид спектральной матрицы:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{aa} & S_{ab} \exp(i\varphi_{ab}) & \dots \\ S_{ab}^* \exp(-i\varphi_{ab}) & S_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Её можно представить как:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \sqrt{S_{aa}} & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{S_{bb}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \chi_{ab} \exp(i\varphi_{ab}) & \dots \\ \chi_{ab} \exp(-i\varphi_{ab}) & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{S_{aa}} & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{S_{bb}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

тогда

$$\mathbf{S}^n = \begin{pmatrix} 1 & \chi_{ab} \exp(i\varphi_{ab}) & \dots \\ \chi_{ab} \exp(-i\varphi_{ab}) & 1 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

χ_{ab} и φ_{ab} когерентности и сдвиг фаз сигнала в узлах ФАР.

Оценка Бартлета наиболее универсальна и в этом ее преимущество, но обладает худшим разрешением по частоте. Оценки метода максимального правдоподобия дают большее разрешение по частоте (по сравнению с оценкой Бартлета), но при наличии интерференции эта оценка может оказаться несостоятельной вследствие возможной вырожденности спектральной матрицы на частотах вблизи пиков спектральной плотности. Поэтому в этом случае необходимо использовать нормированную спектральную матрицу, которая по определению невырождена.

5. Дисперсионные кривые волн

Для получения дисперсионных кривых необходимо рассчитывать пространственно-временной спектр на всем доступном интервале частот, а не только для гармоник, найденных по пикам графика автоспектров. Таким образом, получается 4-х мерный массив данных, каждая точка в этом массиве является амплитудой спектра $S(k_x, k_y, f)$. Также, представляя этот массив в сферической системе координат $S(|\mathbf{k}|, \varphi, f)$, можно получать дополнительную информацию о процессе. Для визуального представления такого массива данных необходимо делать «срезы», проводить интегрирование по какому-либо параметру. В программе реализованы расчеты срезов: зональный (интегрирование по k_y) $S(k_x, f)$, меридиональный (интегрирование по k_x) $S(k_y, f)$ и срез по модулю волнового числа (интегрирование по φ) $S(|\mathbf{k}|, f)$.

На рисунках 3-6 представлены наиболее яркие, типичные спектры, получаемые при анализе серий магнитограмм в период максимума активности Солнца 2001-2002 годов.

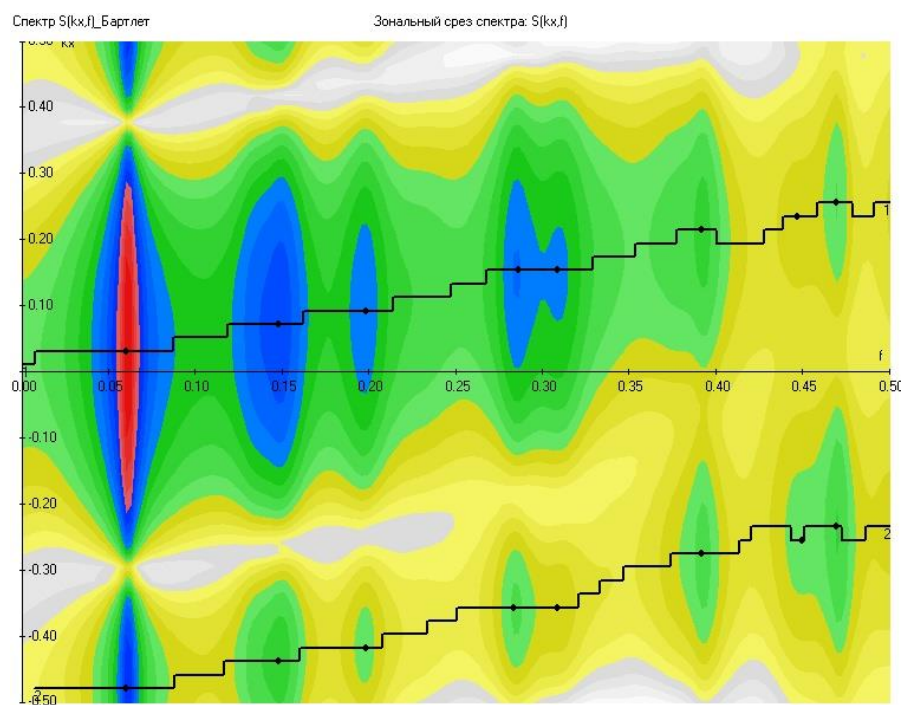


Рис. 3 Дисперсионная кривая $k_x = k_x(f)$. Зональный срез спектра $S(k_x, f)$, оценка Бартлетта.

Зональный срез спектра характеризует перенос вещества в атмосфере Солнца в зональном направлении. Главным процессом для этого переноса

является дифференциальное вращение. Таким образом, можно предположить, что преобладающий наклон дисперсионной кривой связан со скоростью дифференциального вращения на широте, для которой получена эта дисперсионная кривая: $\omega = Vk + B$, V – скорость дифференциального вращения.

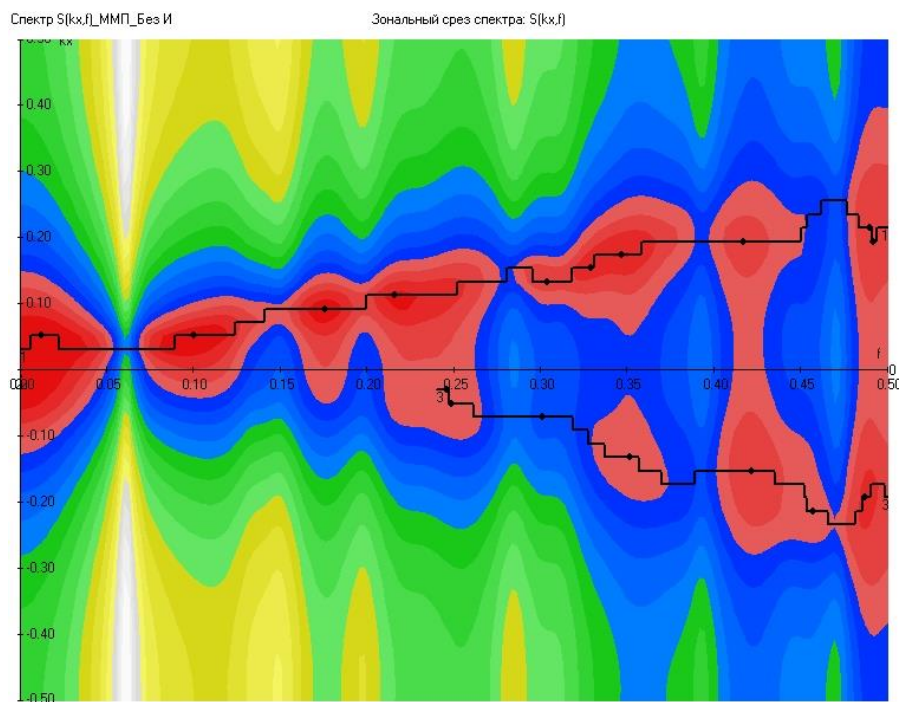


Рис. 4. Дисперсионная кривая $k_x = k_x(f)$. Зональный срез спектра $S(k_x, f)$, оценка метода максимального правдоподобия.

Полученные оценки метода максимального правдоподобия выявляют на пространственно-временном спектре более тонкую структуру дисперсионной кривой. Интересным фактом стало появление второй ветви кривой. Таким образом, кроме переноса вещества по направлению с дифференциальным вращением, в анализируемом процессе присутствует и обратно направленный перенос вещества.

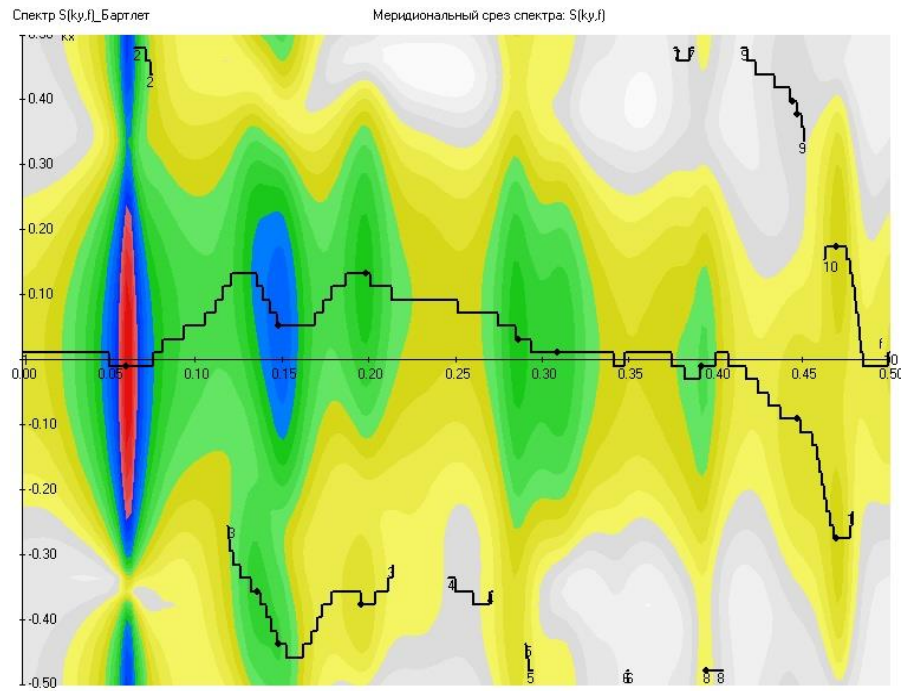


Рис. 5. Дисперсионная кривая $k_y = k_y(f)$. Меридиональный срез спектра $S(k_y, f)$, оценка Бартлетта.

Меридиональный срез спектра характеризует перенос вещества в атмосфере Солнца в меридиональном направлении. Поиск и выделение главного процесса здесь остается открытой задачей.

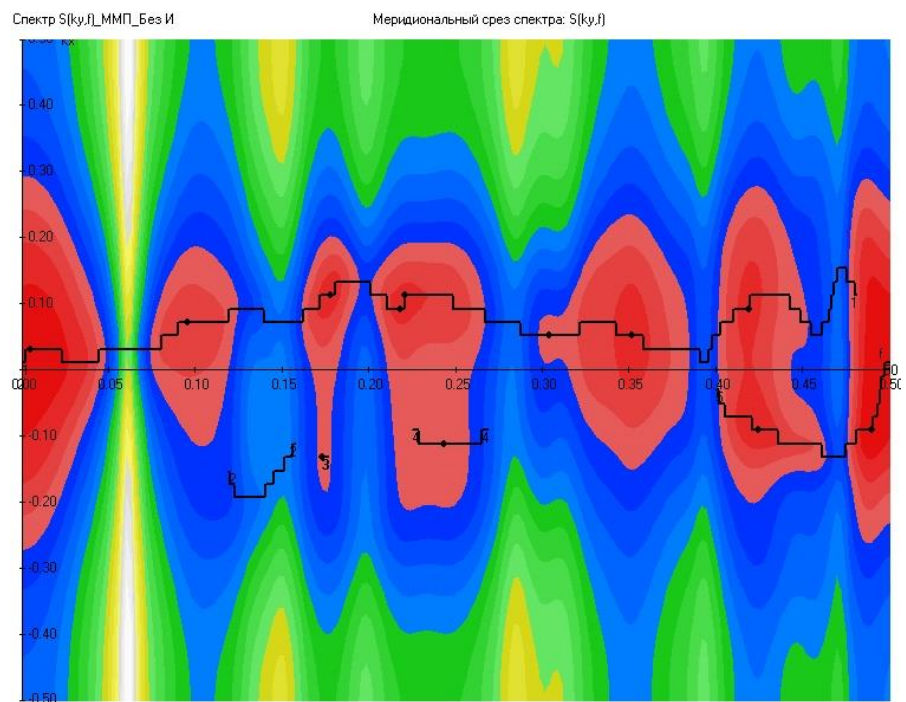


Рис. 6. Дисперсионная кривая $k_y = k_y(f)$. Меридиональный срез спектра $S(k_y, f)$, оценка метода максимального правдоподобия.

Для оценок, полученных по методу максимального правдоподобия для меридионального среза спектра, также характерно наличие второй ветви дисперсионной кривой. Причем создается такое впечатление, что она зеркальна с первой ветвью, а искажения связаны с недостаточной разрешающей способностью примененных методов или слишком большим шагом сетки, по которой строятся спектры, но это лишь предположение, которое еще необходимо проверять.

Заключение

Как было показано в данной работе, метод оценивания спектров на основе метода максимальной энтропии по серии изображений оказывается эффективным способом выявления характеристик волновых процессов в атмосфере Солнца и других астрономических объектов Солнечной системы. Основным результатом проделанной работы является **выявление в атмосфере Солнца устойчивых волновых процессов**, распространяющихся как в зональном, так и в меридиональном направлениях. Было показано, что в исследуемом диапазоне частот волновые компоненты с меридиональной составляющей имеют осциллирующую вблизи нуля дисперсионную кривую.

Зональные волновые числа в области низких частот порождены переносом длинноволновых контрастов потоком, связанным с дифференциальным вращением Солнца. С помощью вычисления наклона дисперсионной кривой вблизи нулевой частоты **можно вычислять скорость дифференциального вращения Солнца**. Однако, в некоторых случаях в низкочастотной области появляются отдельные волновые составляющие, которые можно, с некоторой долей вероятности, интерпретировать по направлению их распространения, обратного дифференциальному вращению Солнца, как волны Россби. Однако этот вывод требует дальнейших проверок.

Выявлено также **специфическое поведение** в ряде случаев дисперсионной кривой **в области периодов около двух суток и меньше**,

которое содержит две почти зеркальные ветви, имеющие форму парабол. Это означает, что в этом случае мы имеем дело с процессами, не связанными с дифференциальным вращением Солнца. Анализ этих волн требует дополнительной проработки.

Список литературы

1. Маклеллан, Дж. Х. Многомерный спектральный анализ / Дж. Х. Маклеллан // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70. – № 9. – С. 139–151.
2. Дворянинов, Г. С. Метод максимальной энтропии в многомерном спектральном анализе временных рядов / Г. С. Дворянинов, В. М. Журавлев, А. В. Прусов // Морской гидрофизический журнал. – 1987. – № 3. – С. 41–48.
3. Дворянинов, Г. С. Методы максимальной энтропии и комплексных нормальных мод для многомерного и пространственно-временного спектрального анализа / Г. С. Дворянинов, В. М. Журавлев, Е. М. Лемешко, А. В. Прусов // Моделирование гидрофизических процессов и полей в замкнутых водоемах и морях / под ред. А. С. Саркисяна. – М. : Наука, 1987. – С. 213–228.
4. Журавлев В.М., Журавлев А.В., Егоров Г.А. Оценивание пространственно-временных спектров волновых процессов на основе последовательности изображений с помощью многомерного метода максимальной энтропии // Известия высших учебных заведений, Поволжский регион, Физико-математические науки, 2008, N3 - с. 71-81.
5. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. - М.: Мир, 1990.
6. Дж. Бендат, А. Пирсол. Применения корреляционного и спектрального анализа. - М.: Мир, 1983.
7. Стратанович, Р. Л. Теория информации / Р. Л. Стратанович. – М. : Сов. радио, 1975. – 424 с.
8. Электронный практикум "Космофизика-2007". // Под ред. Журавлева

В.М., Ульяновский государственный университет, (2007).

9. Кейпон, Д. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением / Д. Кейпон // ТИИЭР. – 1969. – Т. 51. – С. 69–79.
10. Джонсон, Д. Х . Применение методов спектрального анализа к задаче определения угловых координат источников излучений / Д. Х. Джонсон // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70. – № 9. – С. 126–139.