

УДК 521.14; 52-856; 523.46-862

В. М. Журавлев, А. В. Патрушев

ДИНАМИКА САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО ПЫЛЕВОГО ДИСКА В СЛАБОНЕЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ¹

Аннотация. Рассматривается задача описания динамики самогравитирующего пылевого диска с внутренним трением вблизи статического его состояния с учетом слабой нелинейности в гидродинамическом приближении. В нелинейном приближении найдены асимптотические точные решения, описывающие кольцевые и спиральные структуры, возникающие в диске при $t \rightarrow \infty$.

Ключевые слова: пылевые дисковые структуры, кольца планет, спиральная структура галактик, нелинейные процессы.

Abstract. The article considers a problem of dynamics of self-gravitation dust disk internal friction when approaching a static condition. The investigation takes into account dynamics nonlinearity in hydrodynamic approximation. The authors discovered asymptotic exact solutions in nonlinear approximation that derive ring and spiral structures in a disk for $t \rightarrow \infty$.

Key words: dust disk structures, planet's rings, galaxy spiral structures, nonlinear processes.

Введение

Задачи, связанные с исследованием динамики самогравитирующих пылевых объектов являются широко распространенными в астрофизике и планетарной космогонии [1, 2]. Эти задачи важны для задач описания динамики и дисковых галактик, в которых наблюдается характерная спиральная структура, и в задачах планетарных колец и аккреционных дисков у звезд. В силу сложности задачи, в которой приходится учитывать множество факторов, влияющих на динамику объекта, ее обычно рассматривают в рамках теории возмущений по величине флуктуаций плотности. В результате задача полностью линеаризуется, что облегчает ее исследование, однако при этом исчезают специфические эффекты, обусловленные нелинейным характером динамики таких объектов. Вместе с тем учет нелинейных эффектов в дисковой динамике может существенно изменить характер получаемых решений и получить уже в первом порядке теории возмущений характерную кольцевую структуру [3]. Как показано в [3], кольцевые структуры могут возникать в дисках без вращения.

В настоящей работе излагается обобщение подхода, предложенного в [3]. В отличие от этой работы, здесь рассматриваются задачи динамики спиральных волн. Эти проблемы решаются тем же методом теории возмуще-

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 11-01-00747-а, и федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы», проект НК-594П/8.

ний, что и в работе [3], со специальной процедурой исключения из уравнений секулярных по времени слагаемых в ряде возмущений. Это как раз и позволяет учитывать слабонелинейные эффекты в динамике таких объектов. В целом динамика описывается уравнениями Эйлера с дополнительной объемной силой пропорциональной скорости гидродинамического потока и его плотности. Эта сила позволяет приближенно учитывать наличие в диске диссипативных эффектов.

1. Постановка задачи описания динамики самогравитирующей пыли

Уравнения динамики самогравитирующей пыли можно представить в следующем виде:

$$v_t + (v, \nabla)v = -\alpha v - \nabla\Phi - \frac{1}{\rho}\nabla P; \quad (1)$$

$$\rho_t + \operatorname{div}(\rho v) = 0; \quad (2)$$

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho. \quad (3)$$

Здесь $u = (u, v, w)$ – поле скоростей движения пыли в системе; ρ – плотность пыли и газа; Φ – потенциал поля тяготения в системе; коэффициент $\alpha = \alpha(t)$ – параметр, характеризующий диссипацию в системе; P – давление газовой составляющей диска. Первое уравнение этой системы есть собственно уравнение Эйлера динамики идеальной жидкости, в котором отсутствует массовая сила, связанная с давлением. Давление отсутствует для пыли. Второе уравнение есть уравнение сохранения массы, а последнее уравнение есть уравнение Пуассона.

Мы будем полагать, что рассматриваемая система имеет характерную дисковую форму, так что масса пыли сосредоточена вблизи плоскости диска. Обычно предполагают, что плотность пыли можно представить в следующем виде [1, 2]:

$$\rho = \frac{\sigma(x, y)}{h_0} \delta(z/h_0) + \rho, \quad (4)$$

где $\sigma = \sigma(x, y)$ – плотность пыли в плоскости диска; h_0 – характерная толщина диска; ρ – плотность пыли вне диска. Ось z направлена перпендикулярно диску.

В настоящей работе мы рассмотрим упрощенный случай такой модели, предполагая, что диск полностью не сформировался. В этом случае имеются два основных варианта задачи. Первый соответствует ситуации, когда есть центральный компактный тяготеющий объект, а второй – ситуации, когда такого объекта нет. Второй случай и был рассмотрен в [3]. В данной работе будут рассмотрены оба этих случая. В первом в нулевом порядке возмущений соответствует выбор $\sigma = M\delta(r)$, где M – масса центрального тела, а во втором случае $\sigma = 0$. При этом в обоих случаях будем полагать, что плотность пыли вне диска мала по сравнению с некоторой характерной плотностью ρ_0 , так что $\rho/\rho_0 = \varepsilon \ll 1$. Будем считать также, что система находится вблизи своего статического состояния, так что скорости движения пыли вне диска малы.

Будем полагать далее, что скорость движения пыли можно представить в следующем виде:

$$v = V_0(x, y) + u, \quad (5)$$

где $V_0(x, y)$ скорость пыли в плоскости диска, которая без изменений передается в направлении, перпендикулярном плоскости диска, так что все слои над диском имеют одинаковые скорости движения на одинаковых расстояниях от оси диска. Векторное поле u есть поле скорости вне диска, вызванное эффектами самогравитации пыли. Будем полагать, что u имеет величину следующего порядка малости по сравнению с V_0 .

Введем следующие характерные параметры системы. Пусть T_0 – характерный масштаб времени; X_0 – характерный пространственный масштаб в плоскости диска, а ξ_0 – вне диска. Далее, соответственно, ρ_0 – масштаб плотности вне диска, а q_0 – его плоскости. Масштаб по координате z выберем равным h_0 . В результате обезразмеривания соотношения (4), (5) приобретут следующую форму:

$$\tilde{\rho} = \rho/q_0 = \tilde{\sigma}\delta(\zeta) + \varepsilon\tilde{\rho}; \quad (6)$$

$$v = T_0 v/X_0 = V_0 + \varepsilon u. \quad (7)$$

Здесь величины со знаком обозначают безразмерные величины, а $\varepsilon = \rho_0/q_0 = \xi_0/X_0$. В дальнейшем знак предполагает, что мы имеем дело с безразмерными величинами и уравнениями.

Удобно сразу уравнения для полей в плоскости диска и вне его рассматривать по отдельности. В этом случае имеем для полей в плоскости диска:

$$\begin{aligned} (V_0, \nabla)V_0 &= -\kappa V_0 - \nabla\Phi_0; \\ \operatorname{div}(\sigma V_0) &= 0; \\ \Delta\Phi_0 &= \mu_0\sigma. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично вне плоскости диска уравнения выглядят так:

$$\begin{aligned} u_\tau + (V_0, \nabla)u + (u, \nabla)V_0 + \varepsilon(u, \nabla)u &= -\kappa u - \nabla\Phi; \\ \rho_\tau + \operatorname{div}(\rho, V_0) + \varepsilon \operatorname{div}(\rho u) &= 0; \\ \Delta\phi &= \mu\rho. \end{aligned} \quad (9)$$

Граничными условиями для полей вне диска будут условия убывания полей плотности и скорости при удалении от плоскости диска и от оси диска, т.е. при $\zeta \rightarrow \pm\infty$ и $r \rightarrow \infty$, где $r^2 = x^2 + y^2$. В дальнейшем мы будем уточнять вид граничных условий в зависимости от симметрии задачи.

2. Уравнения динамики формирующегося пылевого диска

Рассмотрим первоначально задачу описания динамики пыли в случае, когда диск еще не сформировался, так что $\sigma = \varepsilon\sigma_1$ и $V_0 = 0$. Поэтому величи-

на плотности пыли в плоскости диска имеет первый порядок малости по параметру ε и, следовательно, является продолжением решения для ρ в пределе $\zeta \rightarrow 0$. В этом случае нет необходимости рассматривать отдельно уравнения (8). В этом случае уравнения динамики пыли будут иметь следующий вид:

$$u_{,\tau} + \varepsilon(u, \nabla)u = -\kappa u - \nabla\phi, \quad \rho_{,\tau} + \varepsilon \operatorname{div}(\rho u) = 0, \quad \Delta\phi = \mu\rho. \quad (10)$$

Будем искать решения в виде разложения по степеням ε :

$$\phi = \phi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \phi_n, \quad u = u_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n u_n, \quad \rho = \rho_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \rho_n.$$

Кроме этого, для выяснения характера приближения к стационарному состоянию введем медленное время $T = \varepsilon\tau$. Заметим, что при необходимости в высших порядках теории можно вводить высшие масштабы времени $T_n = \varepsilon^n \tau, n > 1$ [4].

В нулевом и первом порядках уравнения будут иметь следующий вид:
– нулевой порядок:

$$u_{0,\tau} = -\kappa u_0 - \nabla\phi_0, \quad \rho_{0,\tau} = 0, \quad \Delta\phi_0 = \mu\rho_0; \quad (11)$$

– первый порядок

$$u_{1,\tau} + u_{0,T} + (u_0, \nabla)u_0 = -\kappa u_1 - \nabla\phi_1, \quad \rho_{1,\tau} + \rho_{0,T} = -\operatorname{div}(\rho_0 u_0), \quad (12)$$

$$\Delta\phi_1 = \mu\rho_1.$$

В нулевом порядке решение находится без труда:

$$u_0 = U_0(x, y, z, T) - e^{-\kappa\tau} \int_0^{\tau} \nabla\phi_0(\tau, x, y, z, T) e^{\kappa\tau'} d\tau', \quad (13)$$

где $U_0(x, y, z, T)$ – начальное распределение поля скорости пыли в системе. Из второго уравнения получаем $\rho_0 = \rho_0(x, y, z, T)$, из чего можно заключить, что гравитационный потенциал не должен зависеть от времени в нулевом порядке. Последнее уравнение Пуассона для потенциала ϕ_0 может быть проинтегрировано обычным способом. Так как $\phi_{0,\tau} = 0$, то решение (13) можно представить в следующем виде:

$$u_0 = U_0(x, y, z, T) - f(\tau)\nabla\phi_0(x, y, z, T), \quad (14)$$

здесь

$$f(\tau) = \frac{1}{\kappa} (1 - e^{-\kappa\tau}).$$

В пределе при $\tau \rightarrow \infty$ формируется поле скорости с ярко выраженным стационарным радиальным потоком, пропорциональным ускорению свободного падения в системе, вне зависимости от начального распределения скорости.

Как можно видеть, полученное решение содержит одну произвольную функцию ρ_0 . Для ее нахождения воспользуемся дополнительными условиями на решение в первом порядке по ε .

Нам нет необходимости решать систему уравнений первого порядка целиком, хотя это сделать несложно. Первое уравнение этой системы будет решаться совершенно аналогично решению в нулевом порядке. Поэтому сосредоточимся на последних двух уравнениях. Нашей задачей является получение статического решения данной системы. В силу этого мы должны предположить, что плотность массы в первом порядке должна также не зависеть от времени, т.е.

$$\rho_{1,\tau} = 0, \quad (15)$$

и, следовательно, $\phi_{1,\tau} = 0$. В силу этого мы из второго уравнения системы (11) получаем дополнительное уравнение для полей в нулевом порядке:

$$\rho_{0,T} + \operatorname{div}(\rho_0 u_0) = 0. \quad (16)$$

Последнее уравнение является нелинейным и описывает слабонелинейный режим статического течения пыли в собственном поле гравитации. Согласно (14) поле скорости состоит из двух слагаемых: U_0 и $v_0 = f(\tau)\nabla\phi_0$. Первое не зависит от τ , а второе – зависит. В силу этого для каждого из этих слагаемых должно выполняться соотношение (16) по отдельности.

Используя (15), теперь можно решение для поля скорости в первом порядке записать следующим образом:

$$u_1 = U_1(x, y, z) - f(\tau)[U_{0,T} + (U_0, \nabla)U_0 + \nabla\phi_1] - \\ - f_1(\tau)[v_{0,T} - (\nabla\phi_0, \nabla)U_0 - (U_0, \nabla)\nabla\phi_0] - f_2(\tau)[(\nabla\phi_0, \nabla)\nabla\phi_0],$$

где $U_1(x, y, z)$ – начальное распределение поля скорости в первом порядке,

$$f_1(\tau) = e^{-\kappa\tau} \int_0^\tau f(\tau') e^{\kappa\tau'} d\tau' = \frac{1}{\kappa^2} (1 - (1 + \kappa\tau)e^{-\kappa\tau}) = \frac{1}{\kappa} (f(\tau) - \tau e^{-\kappa\tau}),$$

$$f_2(\tau) = e^{-\kappa\tau} \int_0^\tau f^2(\tau') e^{\kappa\tau'} d\tau' = \frac{1}{\kappa^3} (1 - 2\kappa\tau e^{-\kappa\tau} - e^{-2\kappa\tau}).$$

Поскольку выражение для u_1 содержит три слагаемых с различной зависимостью коэффициентов от времени, то, как показывает простой анализ, уже во втором порядке $\rho_{2,\tau} \neq 0$.

Поэтому плотность во втором порядке будет изменяться со временем, что приводит к медленному формированию дисковой структуры.

3. Уравнения в цилиндрических координатах

Рассмотрим теперь возможные типы структур диска на стадии его формирования. Как было показано, для анализа этой структуры в нулевом порядке необходимо решать систему уравнений

$$\Delta\phi = \mu\rho, \quad (17)$$

$$\operatorname{div}(\rho\nabla\phi) = 0, \quad (18)$$

а также уравнение для медленной эволюции плотности во времени:

$$\rho_T + \operatorname{div}(\rho U_0) = 0. \quad (19)$$

Это уравнение является ограничивающим условием на начальное распределение скорости в облаке пыли, при котором возможно статическое распределение пыли в нулевом порядке в смысле отсутствия зависимости от τ . Для сокращения записи в следующих двух разделах, где речь идет о решениях в нулевом порядке, индексы 0 у функций ϕ и ρ опущены.

Переходя в (17), (18) к цилиндрическим координатам r, z, ϕ , приходим к следующей системе уравнений:

$$\frac{\phi_{rr}}{\phi} + \frac{1}{r} \frac{\phi_r}{\phi} + \frac{1}{r^2} \frac{\phi_{\phi\phi}}{\phi} + \frac{\phi_{zz}}{\phi} = \frac{\mu\rho}{2\phi}; \quad (20)$$

$$\frac{\phi_r}{\phi} \frac{\rho_r}{\rho} + \frac{1}{r^2} \frac{\rho_\phi}{\rho} \frac{\phi_\phi}{\phi} + \frac{\rho_z}{\rho} \frac{\phi_z}{\phi} + \frac{\mu\rho}{2\phi} = 0. \quad (21)$$

Будем искать решение для ρ в следующем виде:

$$\rho(r, \phi, z) = q(r, \phi, z)\phi_r(r, \phi, z), \quad (22)$$

где $q = q(r, \phi, z)$ – вспомогательная функция. Подставляя ρ в таком виде в уравнение (21) и используя уравнение (20), приходим к уравнению

$$\begin{aligned} & (\phi_r)^2 \left(q_r - \frac{1}{r} q + \mu q^2 \right) + \frac{q}{r^2} \left[\phi_\phi \phi_{r\phi} - \phi_{\phi\phi} \phi_r \right] + \\ & + q \left[\phi_z \phi_{rz} - \phi_{zz} \phi_r \right] + \frac{1}{r^2} q_\phi \phi_r \phi_\phi + q_z \phi_r \phi_z = 0. \end{aligned}$$

Это соотношение можно переписать в следующей форме:

$$\left(\frac{d}{dr} \frac{1}{q} + \frac{1}{rq} - \mu \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{\phi_\phi}{q\phi_r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\phi_z}{q\phi_r} \right] = 0.$$

Вводя функцию $f = r/q$, последнее уравнение можно переписать в следующем виде:

$$f_r + \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{f\phi_\phi}{\phi_r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f\phi_z}{\phi_r} \right) \right] = r\mu. \quad (23)$$

Уравнение же (20) в результате примет следующий вид:

$$\phi_{rr} + \frac{1}{r} \phi_r + \frac{1}{r^2} \phi_{\phi\phi} + \phi_{zz} = \frac{\mu}{2} \frac{r}{f} \phi_r. \quad (24)$$

Уравнения, представленные в таком виде, более удобны для анализа, чем исходные. Рассмотрим некоторые точные решения этой системы, чтобы

выяснить некоторые особенности распределений пыли, подчиняющиеся данной системе уравнений.

4. Радиальное поле гравитации

В качестве первой задачи рассмотрим случай, когда статическое состояние системы не содержит спиральной структуры. В этом случае все функции системы будут зависеть только от r и z . Далее положим:

$$\phi = h(z)u(r), \quad \rho = h(z)p(r), \quad q = q(r).$$

Здесь величины со штрихами означают производные по радиальной координате:

$$u' = \frac{\partial u}{\partial r}.$$

Из требования разделения переменных следует, что

$$h(z) = h_0 e^{-\lambda z}.$$

При этом следует предполагать, что плотность пыли и потенциал убывают при удалении от диска как в сторону $z \rightarrow +\infty$, так в сторону $z \rightarrow -\infty$. Поэтому при условии $\lambda > 0$ вдали от плоскости диска $h(z) = h_0 e^{-\lambda|z|}$ $z \rightarrow \infty$. Фактически эти условия означают, что в плоскости диска формируется сингулярное распределение пыли вида $\rho_0 : \delta(z)$.

В результате для функций u и q получаем следующие уравнения:

$$u'' + \frac{1}{r}u' + \lambda^2 u = \frac{\mu}{2}qu'; \quad (25)$$

$$q' - \frac{1}{r}q + \mu q^2 = 0. \quad (26)$$

Последнее уравнение интегрируется и имеет общее решение следующего вида:

$$q(r) = \frac{2}{\mu} \frac{r}{r^2 + q_0}, \quad (27)$$

где q_0 – постоянная интегрирования. Для распределения плотности находим

$$\rho(r) = \frac{2}{\mu} \frac{r}{r^2 + q_0} u'(r) h(z), \quad (28)$$

где $u(r)$ теперь удовлетворяет уравнению

$$u'' + \frac{q_0}{r(r^2 + q_0)} u' + \lambda^2 u = 0. \quad (29)$$

При малых q_0 или больших ζ уравнение близко к уравнению гармонических колебаний с волновым числом λ . Если $u(r)$ удовлетворяет уравне-

нию (29), а $q(r)$ – (26), то функция $p(r) = q(r)u'(r)$ при этом удовлетворяет уравнению

$$p'' + \frac{2r^2 - q_0}{r(r^2 + q_0)} p' + \lambda^2 p = 0. \quad (30)$$

Для вывода граничных условий необходимо учесть свойства функции $p(r)$, описывающей распределение плотности пыли в плоскости диска. По определению $p(r) > 0$ (как функция пропорциональная плотности пыли). Согласно (28) плотность обращается в ноль вместе с градиентом потенциала. В результате диск разбивается на отдельные кольца, разделенные тонкими кольцами отсутствия пыли. Анализируя структуру гидродинамического потока, обнаруживаем, что кольца представляют собой не перемешивающиеся между собой образования. Однако градиент потенциала в соседних кольцах, в силу его квазипериодичности, имеет разные знаки. Если требовать непрерывности плотности на краях колец, то мы в результате получим, что плотность должна менять знак вместе с u' . Отсюда следует вывод, что в каждом кольце с постоянным знаком u' знак и величину постоянной q_0 следует выбирать таким образом, чтобы выполнялось условие $p(r) > 0$. Значение этой постоянной будет определять ширину кольца и массу пыли, захваченной в нем.

Граничные условия для вычисления параметров кольца сводятся к требованию непрерывности потенциала и его производной на границе колец, что является следствием требования равенства сил, действующих на частицу пыли на границе колец. Постоянные q_0 в каждом из колец задаются величиной массы пыли, содержащейся в кольце. Пусть $r_i, i = 1, 2, \dots$ – границы колец, т.е. точки, в которых производная потенциала равна нулю: $u'|_{r_i} = 0$. Тогда уравнения модели будут иметь вид системы

$$u_j'' + \frac{q_j}{r(r^2 + q_j)} u_j' + \lambda^2 u_j = 0, \quad r \in [r_j, r_{j+1}]$$

с граничными условиями:

$$u_j'(r_j) = 0, \quad u_j'(r_{j+1}) = 0, \quad u_{j-1}(r_j) = u_j(r_j), \quad u_{j+1}(r_{j+1}) = u_j(r_{j+1}),$$

$$\pi \mu \int_{r_j}^{r_{j+1}} \frac{r^2}{(r^2 + q_j)} u_j'(r) dr = \sigma_j.$$

где σ_j – постоянная поверхностная плотность массы в j -м кольце (рис. 1).

5. Спиральные волны

Рассмотрим теперь решения в предположении зависимости функций от φ . Положим

$$\varphi = h(z)(a(r) \cos m\varphi + b(r) \sin m\varphi), \quad q = q(r),$$

где $h(z) = h_0 e^{-\lambda|z|}$, как и раньше, а $a(r)$, $b(r)$ – новые вспомогательные функции – амплитуды спиральных волн. Подставляя эти соотношения в уравнения (23) и (24), находим, что уравнение для $q = r/f$ будет выполнено, если $q(r)$ удовлетворяет уравнению (26), а функции a и b удовлетворяют условию

$$\frac{d}{dr}(a^2 + b^2) = 0.$$

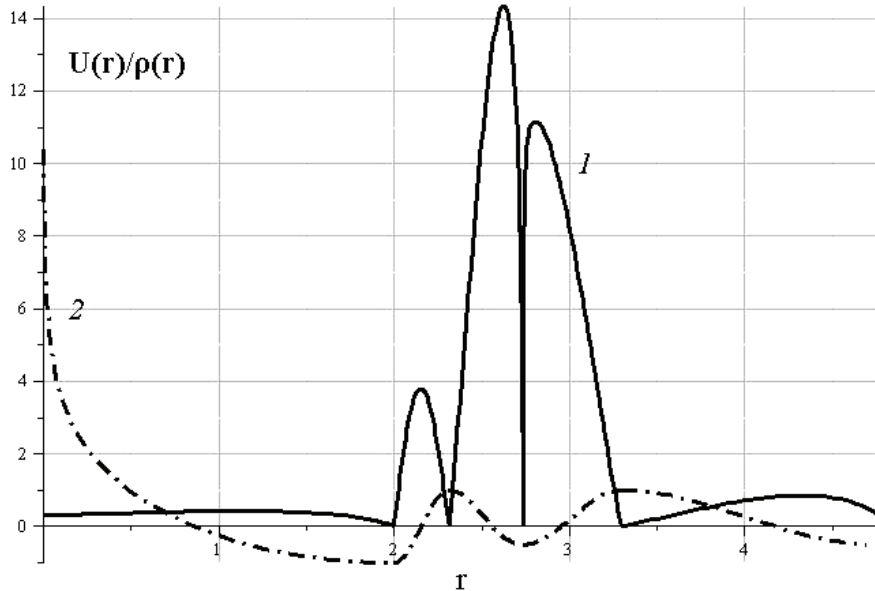


Рис. 1. Пример радиального распределения плотности (1) пыли и потенциала (2) для параметров: $r_1 = 2,0$, $r_2 = 2,73$, $r_3 = 3,3$, $r_4 = 4,7$, $q_1 = 1,0$, $q_2 = -7,58$, $q_3 = -7,49$, $q_4 = -25$ и $\lambda = 1,0$

Без ограничения общности можем положить:

$$a(r) = A \cos \Theta(r), \quad b(r) = A \sin \Theta(r).$$

Тогда из уравнения (24) для ϕ следует, что $\Theta(r)$ удовлетворяет переопределенной системе уравнений:

$$-\Theta'' - \frac{1}{r}\Theta' + \frac{\mu}{2}q\Theta' = 0, \quad -(\Theta')^2 - \frac{m^2}{r^2} + \lambda^2 = 0.$$

Последняя система имеет единственное решение

$$\Theta(r) = \int_{r_0}^r \sqrt{\lambda^2 - \frac{m^2}{r^2}} dr = \sqrt{\lambda^2 r^2 - m^2} + m \left(\frac{m}{\sqrt{\lambda^2 r^2 - m^2}} \right) + \Theta_0$$

при условии, что в решении (27) для $q(r)$ постоянная $q_0 = -m^2/\lambda^2$. Из этого соотношения следует, что спиральная волна может существовать лишь в об-

ласти $r > r_{cr} = m/\lambda$. В области $r \leq r_{cr} = m/\lambda$ волновых решений не существует. Эта область в структуре галактик называется балджем. Окружность критического радиуса $r_{cr} = m/\lambda$ является предельным множеством, на которое интегральные кривые гидродинамического потока навиваются бесконечное число раз. Распределение плотности в такой структуре описывается соотношением

$$\rho = q(r)\phi'(r, \varphi) = \frac{2A\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 r^2 - m^2}} \sin(\Theta(r) - m\varphi). \quad (31)$$

Важным элементом полученной модели спиральной волны плотности является простая связь между радиусом балджа и отношением числа рукавов к толщине диска галактики:

$$r_{cr} = m/\lambda.$$

Эта формула может использоваться для проверки предложенной модели. Это наглядно демонстрирует рис. 2.

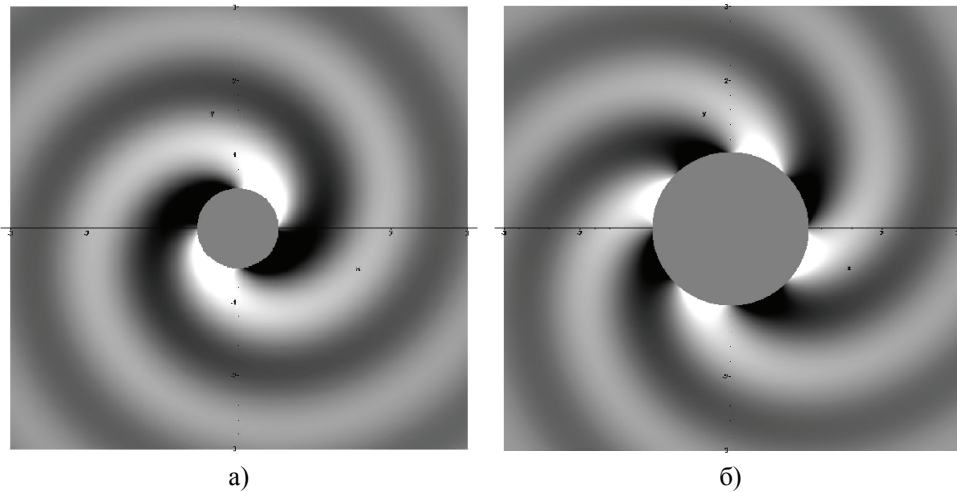


Рис. 2. Пример спирального распределения плотности пыли (а) $m=2$ и (б) $m=4$ для следующих значений параметров $\lambda=4$, $A=2$

Заключение

Полученные решения описывают фрагментацию пылевых самогравитирующих дисковых структур при $t \rightarrow \infty$ на отдельные кольца или спиральные волны плотности. Разделение диска на отдельные кольца происходит таким образом, что ширина колец гораздо больше узких делений между ними. Ширина колец, масса в них и ее распределение внутри кольца могут быть различными и определяются параметрами λ и q_0 для каждого кольца в отдельности. Важным моментом в полученном решении является то, что кольцеобразная и спиральная структуры появляются без общего вращения диска. С другой стороны, для сопоставления полученных решений с наблюдаемыми кольцевыми структурами, такими как у Сатурна, необходимо включить в модель вращение пылевого диска. Эта задача требует отдельного анализа.

Спиральные структуры, найденные в работе, больше подходят для описания структуры спиральных галактик. Эти решения содержат все основные структурные элементы спиральных галактик – спиральные рукава и балдж. Число рукавов может быть произвольным. Для описания структуры распределения пыли в балдже требуются дополнительные исследования. Как и в случае кольцевых структур, для сопоставления с реальными данными о спиральных галактиках необходимо включить в модель вращение систем.

Список литературы

1. **Горькавый, Н. Н.** Физика планетарных колец / Н. Н. Горькавый, А. М. Фридман. – М. : Наука, 1994.
2. **Морозов, А. Г.** Физика дисков / А. Г. Морозов, А. В. Хоперсков. – Волгоград : Изд-во Волгоград. гос. ун-та, 2005. – 422 с.
3. [Электронный ресурс] Zhuravlev V. M., Patrushev A. V. – URL : <http://arXiv:astro-ph/0602564>.
4. **Бхатнагар, Н.** Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах / Н. Бхатнагар. – М. : Мир, 1983. – 137 с.

Журавлев Виктор Михайлович

доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра теоретической
физики, Ульяновский государственный
университет

E-mail: zhvictorm@gmail.com

Zhuravlev Viktor Mikhaylovich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, sub-department
of theoretical physics,
Ulyanovsk State University

Патрушев Александр Владимирович

аспирант, факультет прикладной
математики, Университет западного
Онтарио (Лондон, Онтарио, Канада)

E-mail: apatrush@uwo.ca

Patrushev Alexander Vladimirovich

Postgraduate student, Faculty of Applied
Mathematics, University of West
Ontario (London, Ontario, Canada)

УДК 521.14; 52-856; 523.46-862

Журавлев, В. М.

Динамика самогравитирующего пылевого диска в слабонелинейном режиме / В. М. Журавлев, А. В. Патрушев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2011. – № 1 (17). – С. 69–79.