```
> restart;
```

```
============================================================================
|                   РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ                    |
|               (В.М.ГАЛИЦКИЙ, Б.М.КОРНАКОВ, В.И.КОГАН.                    |
|                    ЗАДАЧИ ПО КВАНТОВОЙ МЕХНИКЕ                            |
|                           Журавлев В.М.                                  |
|             Ульяновский государственный университет, 2020                |
============================================================================
```

ДВУМЕРНОЕ И ТРЕХМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ЩРЕДИНГЕРА

```
> with(plots):
  with(plottools);
```

[*annulus, arc, arrow, circle, cone, cuboid, curve, cutin, cutout, cylinder, disk, dodecahedron, ellipse, ellipticArc, exportplot, extrude, getdata, hemisphere, hexahedron, homothety, hyperbola, icosahedron, importplot, line, octahedron, parallelepiped, pieslice, point, polygon, prism, project, rectangle, reflect, rotate, scale, sector, semitorus, sphere, stellate, tetrahedron, torus, transform, translate*] **(1)**

Формат графиков

```
> frm:=axes=boxed,gridlines=true,labeldirections=[horizontal,vertical],labelfont=[TIMES,BOLD,16],titlefont=
  [TIMES,BOLD,20],font=[TIMES,BOLD,20],symbol=solidcircle,symbolsize=20,legendstyle=[font=["TIMES",BOLD,18],
  location=bottom],size=[900,600];
  frm3d:=axes=boxed,labeldirections=[horizontal,horizontal,vertical],labelfont=[TIMES,BOLD,16],titlefont=[TIMES,
  BOLD,20],font=[TIMES,BOLD,20],symbol=solidcircle,symbolsize=18;
```

frm := *axes* = *boxed*, *gridlines* = *true*, *labeldirections* = [*horizontal*, *vertical*], *labelfont* = [*TIMES*, *BOLD*, 16], *titlefont* = [*TIMES*, *BOLD*, 20], *font* = [*TIMES*,

1. В трехмерном случае оператор Гамильтона (оператор полной энергии) $\widehat{H}$ имеет в общем случае вид:

$$\widehat{H} = \frac{1}{2m}\hat{\boldsymbol{p}}^2 + U(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) + U(x, y, z)$$

Здесь U(x,y,z) - потенциальная энергия системы.

Примеры:

$$U \tag{3}$$

Заготовки функций

```
> U1:=(x,y)->x^2+y^2;
  U2:=(x,y)->-1/sqrt(x^2+y^2);
  U4:=(x,y,a,b,U0,U1)->piecewise(0<x and x<a and 0<y and y<b,U0,U1);
  #P1:=parallelepiped([1,0,0],[0,5,0],[0,0,1],[5,0,0]);
```

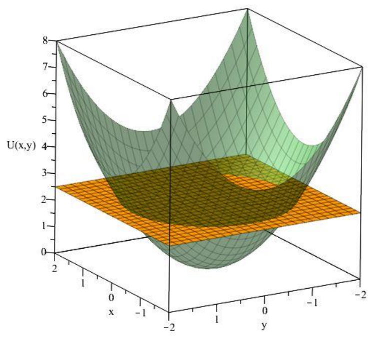
$$U1 := (x, y) \rightarrow x^2 + y^2$$

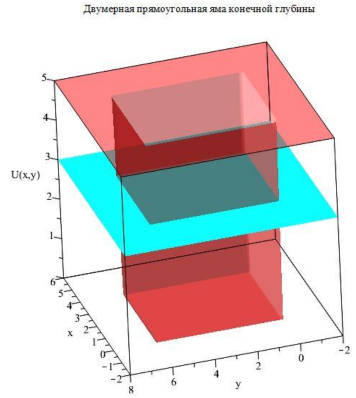
$$U2 := (x, y) \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$U4 := (x, y, a, b, U0, U1) \rightarrow piecewise(0 < x \text{ and } x < a \text{ and } 0 < y \text{ and } y < b, U0, U1) \tag{4}$$

```
> #display(P1,scaling=constrained):
> picUHO2:=plot3d([U1(x,y),2.5],x=-2..2,y=-2..2,color=["DarkGreen",coral],title="Потенциальная энергия
  гармонического осциллятора x^2",labels=["x","y","U(x,y)"],transparency=[0.5,0.0]);
  plot3d([U4(x,y,4,6,0,5),3],x=-2..6,y=-2..8,color=[red,cyan],thickness=5,transparency=[0.5,0.0],title=
  "Двумерная прямоугольная яма конечной глубины",labels=["x","y","U(x,y)"],style=surface,grid=[100,100]);# ,
  view=[-10..10,0..5]
```

Потенциальная энергия гармонического осциллятора x^2





3. **Стационарное уравнение Шредингера** для одномерного движения :

$$\hat{H}\,\psi(x;E)=\left(\frac{1}{2\,m}\hat{p}^{\,2}+U(x,y,z)\right)\psi(x;E)=\left(-\frac{\hbar^2}{2\,m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)+U(x,y,z)\right)\psi(x;E)=E\psi(x;E)$$

4. Граничные условия для волновых функций в яме

4.1. *Для частицы, энергия которой лежит ниже верхнего значения потенциальной энергии, волновая функция* $\psi(x, y, z; E)$ *в пределе* $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}\to\pm\infty$ *стремится к нулю* :

$$\lim_{r\to\pm\infty}\psi(x,y,z;E)=0.$$

Смысл этого граничного условия состоит, как и в одномерном случае, в том, что при удалении от ямы вероятность найти частицу стремится к нулю.

Синим пунктиром на рисунке обозначено примерное поведение вероятности для одного из состояний с фиксированной энергией.

Задаем значение полной энергии

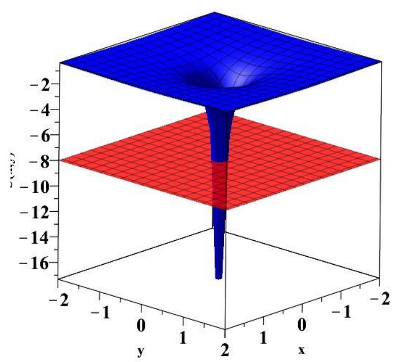
```
> E:=-8;
```

$$E := -8 \qquad (5)$$

Рисуем график потенциала и уровень энергии

```
> plot3d([E,U2(x,y)],x=-2..2,y=-2..2,color=[red,blue],transparency=[0.2,0.0],title="Потенциал точечного заряда",
  labels=["x","y","U(x,y)"],frm3d,grid=[50,50]);
```

Потенциал точечного заряда



4.2. Бесконечный по высоте барьер

Если потенциальная энергия как функция координаты в точке $x0$ ***имеет бесконечный по энергии*** *разрыв, то волновая функция* $\psi(x, y, z; E)$ *в пределе* $(x, y, z)\to(x0, y0, z0)$ *стремится к нулю* :

$$\lim_{x\to x0}\psi(x,y,z;E)=0.$$

Особой точкой в сферической системе координат является точка $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=0$. Поскольку значения r не могут быть отрицательными, то в этой точке должно выполняться особое условие ограниченности волновой функции:

$$\psi(r,\varphi,\theta;E)\to C,\ |C|<\infty$$

```
>
```

4.3. Конечный скачок энергии. Условия сшивки

Если потенциальная энергия как функция координаты в точке $x0$ ***имеет конечный по энергии*** *разрыв, то* :

a) волновая функция $\psi(x, y, z; E)$ *в пределах к этой точке непрерывна* :

b) производная волновой функции $\psi(x; E)$ *в пределах к этой точке непрерывна* :

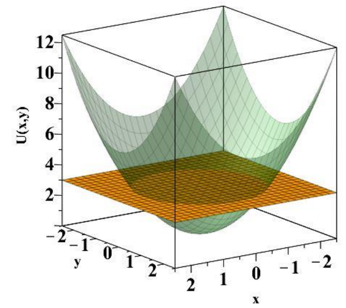
Решение задач

Задача 4.2 ГКК
Двумерный гармонический осциллятор

4.5. Найти энергетические уровни и волновые функции стационарных состояний плоского гармонического осциллятора.

```
> picUHO2:=plot3d([U1(x,y),3],x=-2.5..2.5,y=-2.5..2.5,color=["DarkGreen",coral],title="Потенциальная энергия гармонического осциллятора",labels=["x","y","U(x,y)"],frm3d,transparency=[0.7,0]);
```

Потенциальная энергия гармонического осциллятора



Уравнение Шредингера для двумерного гармонического осциллятора в декартовой системе координат имеет такой вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,y;E)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi(x,y;E)\right)+\frac{m}{2}\left(\omega_1^2x^2+\omega_2^2y^2\right)\psi(x,y;E)=E\psi(x,y;E).$$

Здесь ω_1 и ω_2 *– собственные частоты осциллятора по отдельным координатам.*

Уравнение Шредингера в таком виде допускает разделение переменных.

Ищем частное решение в виде произведения функций от x и от y :

$$\psi(x,y;E)=\Psi(x)\Phi(y)$$

Подставляя это соотношение в уравнение и разделяя переменные, приходим к двум уравнениям :

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi+\frac{m}{2}\omega_1^2x^2\Psi=E_1\Psi,$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi+\frac{m}{2}\omega_2^2y^2\Phi=E_2\Phi$$

При этом E $= E_1+E_2$. *Это есть условие разделения переменных.*

Каждое из этих уравнений представляет собой уравнение Шредингера одномерного гармонического осциллятора, решение для которого мы уже нашли. Именно, решения для Ψ *и* Φ *можно записать с помощью повышающих и понижающих операторов.*

По каждой координате будут свои повышающий и понижающий осциллятор.

Для этого введем новые переменные :

$$\xi=\sqrt{\frac{m\omega_1}{\hbar}}\,x,\qquad \eta=\sqrt{\frac{m\omega_2}{\hbar}}\,y$$

В новых переменных уравнение можно записать так :

$$-\frac{d^2\Psi}{d\,\xi^2}+\xi^2\Psi=\varepsilon_1\Psi,\qquad \varepsilon_1=\frac{2E_1}{\hbar\omega_1},$$

$$-\frac{d^2\Phi}{d\,\eta^2}+\eta^2\Phi=\varepsilon_2\Phi,\qquad \varepsilon_2=\frac{2E_2}{\hbar\omega_2}.$$

Числа ε_1 и ε_2 *– безразмерные энергии осциллятора колебаний по отдельным осям.*

Введем неэрмитовы операторы $\hat a$ и $\hat a^+$ *в соответствии* с *формулами :*

$$\hat a_x=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\xi+\frac{d}{d\,\xi}\right),\quad \hat a_x^+=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\xi-\frac{d}{d\,\xi}\right),$$

$$\hat a_y=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\eta+\frac{d}{d\,\eta}\right),\quad \hat a_y^+=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\eta-\frac{d}{d\,\eta}\right)$$

В этом случае решения для Ψ *и* Φ *можно записать так :*

$$\Psi_n(x)=\hat a_x^+\,\hat a_x^+\cdots\hat a_x^+\,\Psi_0(x),\quad \Psi_0(x)=\frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}}e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}},\quad x_0=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_1}},$$

$$\Phi_k(y) = \hat{a}_y^+ \ \hat{a}_y^+ \cdots \hat{a}_y^+ \Phi_0(y), \quad \Phi_0(y) = \frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{y^2}{2 y_0^2}}, \quad y_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_2}}$$

Общее решение теперь такое :

$$\psi_{nk}(x, y) = \hat{a}_x^+ \ \hat{a}_x^+ \cdots \hat{a}_x^+ \ \hat{a}_y^+ \ \hat{a}_y^+ \cdots \hat{a}_y^+ \psi_{00}(x, y), \quad \psi_{00}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2 x_0^2} - \frac{y^2}{2 y_0^2}}$$

Соответственно, находим значения собственных энергий :

$\varepsilon_{1, n} = 2\,n + 1, n = 0,..., \infty$

$\varepsilon_{2, k} = 2\,k + 1, k = 0,..., \infty$

$E_{nk} = \hbar\omega_1\left(n + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_2\left(k + \frac{1}{2}\right)$

В частности :

$$\psi_{1\,0}(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{x}{x_0} e^{-\frac{x^2}{2 x_0^2} - \frac{y^2}{2 y_0^2}}, \quad \psi_{0\,1}(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{y}{y_0} e^{-\frac{x^2}{2 x_0^2} - \frac{y^2}{2 y_0^2}}$$

```
> Phi[0,0]:=(xi,eta)->exp(-(xi^2+eta^2)/2)/Pi^(1/2);
```

$$\Phi_{0,\,0} := (\xi, \eta) \rightarrow \frac{e^{-\frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2}}{\sqrt{\pi}} \qquad \textbf{(6)}$$

```
> Phi[1,0]:=(xi,eta)->-(subs(y=xi,diff(Phi[0,0](y,eta),y))-xi*Phi[0,0](xi,eta))/sqrt(2);
  Phi[0,1]:=(xi,eta)->-(subs(y=eta,diff(Phi[0,0](xi,y),y))-eta*Phi[0,0](xi,eta))/sqrt(2);
```

$$\Phi_{1,\,0} := (\xi, \eta) \rightarrow -\frac{subs\left(y = \xi, \frac{\partial}{\partial y} \Phi_{0,\,0}(y, \eta)\right) - \xi\,\Phi_{0,\,0}(\xi, \eta)}{\sqrt{2}}$$

$$\Phi_{0,\,1} := (\xi, \eta) \rightarrow -\frac{subs\left(y = \eta, \frac{\partial}{\partial y} \Phi_{0,\,0}(\xi, y)\right) - \eta\,\Phi_{0,\,0}(\xi, \eta)}{\sqrt{2}} \qquad \textbf{(7)}$$

```
> Phi[2,0]:=(xi,eta)->-(subs(y=xi,diff(Phi[1,0](y,eta),y))-xi*Phi[1,0](xi,eta))/sqrt(2*2);
  Phi[0,2]:=(xi,eta)->-(subs(y=eta,diff(Phi[0,1](xi,y),y))-eta*Phi[0,1](xi,eta))/sqrt(2*2);
  Phi[1,1]:=(xi,eta)->-(subs(y=xi,diff(Phi[0,1](y,eta),y))-xi*Phi[0,1](xi,eta))/sqrt(2*2);
```

$$\Phi_{2,\,0} := (\xi, \eta) \rightarrow -\frac{subs\left(y = \xi, \frac{\partial}{\partial y} \Phi_{1,\,0}(y, \eta)\right) - \xi\,\Phi_{1,\,0}(\xi, \eta)}{\sqrt{4}}$$

$$\Phi_{0,\,2} := (\xi, \eta) \rightarrow -\frac{subs\left(y = \eta, \frac{\partial}{\partial y} \Phi_{0,\,1}(\xi, y)\right) - \eta\,\Phi_{0,\,1}(\xi, \eta)}{\sqrt{4}}$$

$$\Phi_{1,\,1} := (\xi, \eta) \rightarrow -\frac{subs\left(y = \xi, \frac{\partial}{\partial y} \Phi_{0,\,1}(y, \eta)\right) - \xi\,\Phi_{0,\,1}(\xi, \eta)}{\sqrt{4}} \qquad \textbf{(8)}$$

```
> Phi[1,0](xi,eta);
  Phi[0,1](xi,eta);
```

$$\frac{\xi\, e^{-\frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2} \sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$$

$$\frac{\eta\, e^{-\frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2} \sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \qquad \textbf{(9)}$$

```
> factor(Phi[2,0](xi,eta));
  factor(Phi[1,1](xi,eta));
  factor(Phi[0,2](xi,eta));
```

$$\frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2} \sqrt{2}\,\left(2\,\xi^2 - 1\right)}{\sqrt{\pi}}$$

$$\frac{3}{4} \frac{\eta\,\xi\, e^{-\frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2} \sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2} \sqrt{2}\,\left(2\,\eta^2 - 1\right)}{\sqrt{\pi}} \qquad \textbf{(10)}$$

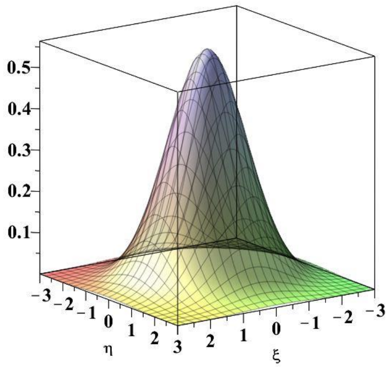
Строим графики нескольких первых собственных функций с фиксированной энергией

```
>
```

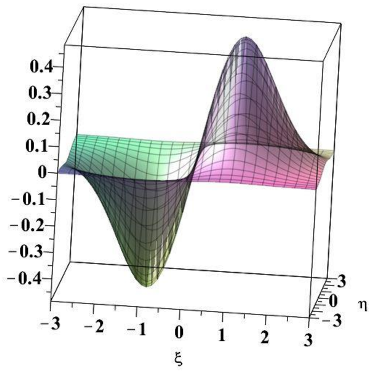
$$a := 4 \tag{11}$$

```
> picHO00:=plot3d(Phi[0,0](xi,eta),xi=-3..3,eta=-3..3,title="Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[0,0]",transparency=0.25,frm3d):
  picHO10:=plot3d(Phi[1,0](xi,eta),xi=-3..3,eta=-3..3,title="Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[1,0]",transparency=0.25,frm3d):
  picHO01:=plot3d(Phi[0,1](xi,eta),xi=-3..3,eta=-3..3,title="Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[0,1]",transparency=0.25,frm3d):
>
> display(picHO00);
  display(picHO10);
  display(picHO01);
```

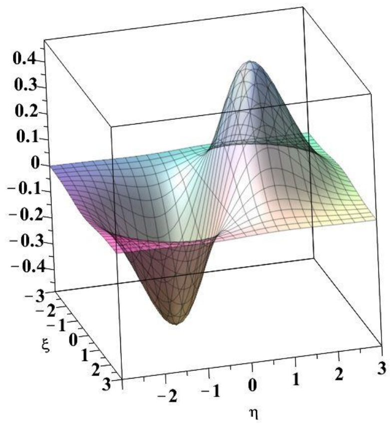
Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[0,0]



Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[1,0]



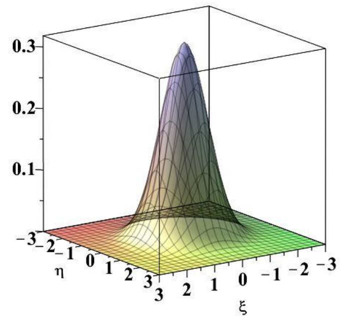
Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[0,1]



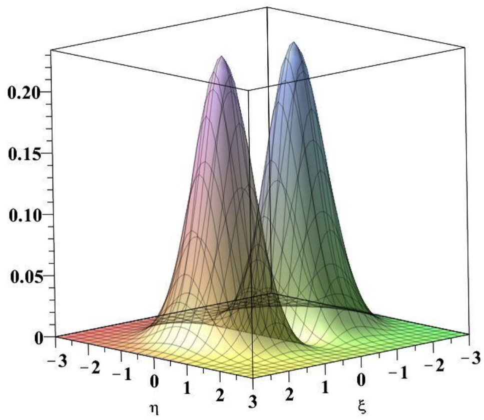
Строим графики плотности вероятностей найти двумерный гармонический осцилятор с фиксированной энергией.

```
> picHOP00:=plot3d(Phi[0,0](xi,eta)^2,xi=-3..3,eta=-3..3,title="Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[0,0]",transparency=0.25,frm3d):
  picHOP10:=plot3d(Phi[1,0](xi,eta)^2,xi=-3..3,eta=-3..3,title="Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[1,0]",transparency=0.25,frm3d):
  picHOP01:=plot3d(Phi[0,1](xi,eta)^2,xi=-3..3,eta=-3..3,title="Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[0,1]",transparency=0.25,frm3d):
> display(picHOP00);
  display(picHOP10);
  display(picHOP01);;
```

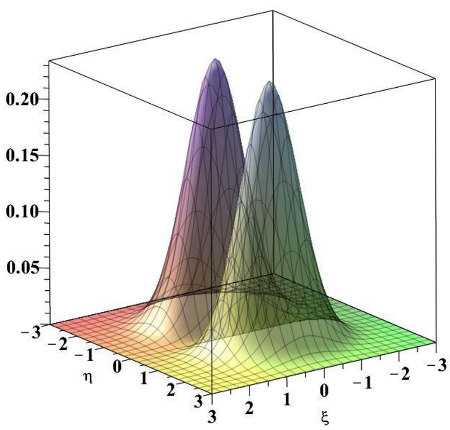
Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[0,0]



Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[1,0]



Двумерный гармонический осциллятор. Волновая функция Psi[0,1]



Вычислите и постройте графики функций Phi[2,0](xi,eta), Phi[1,1](xi,eta), Phi[0,2](xi,eta)!!!

Энергетические уровни гармонического осциллятора не являются вырожденными в случае, если число

$$q=\frac{\omega_1}{\omega_2}$$

не является рациональным. Наоборот, если q - рациональное число, то уровни энергии вырождены. Это означает, что одной и той же энергии соответствует больше одной волновой функции.

Число линейно независимых функций, соответствующих одной энергии, называется кратностью вырождения энергетического уровня.

Вычислим кратность вырождения в частном случае $\omega_1 = \omega_2$.

В этом случае энергия уровней имеет такой вид :

$$E_{nk} = \hbar\omega_1(n+k+1) = \hbar\omega_1(N+1)$$

Можно установить, что условием вырождения является требование :

$$n+k=N$$

Это означает, что все уровни лежат на прямой в двумерной плоскости (n, k).

Смысл можно понять из графика, приведенного ниже.

```
> E:=(n,k,q)->q*(n+k+1);
```

$$E := (n, k, q) \rightarrow q\,(n+k+1) \quad (12)$$

```
> q:=1;
```

$$q := 1 \quad (13)$$

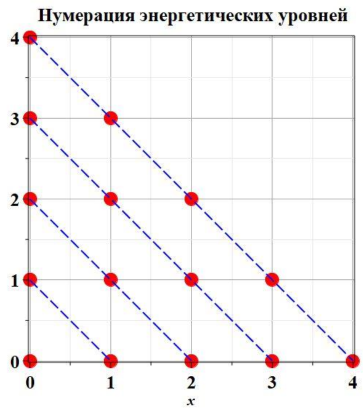
```
> PTE:=(n,k)->point([n,k],color=red,frm);
```

$$PTE := (n, k) \rightarrow plottools\text{:-}point([n, k], color = red, frm) \quad (14)$$

```
> picPTE:=display(PTE(0,0),PTE(1,0),PTE(0,1),PTE(2,0),PTE(1,1),PTE(0,2),PTE(3,0),PTE(2,1),PTE(1,2),PTE(0,3),PTE
  (4,0),PTE(3,1),PTE(2,2),PTE(1,3),PTE(0,4)):
  #txtBGEn:=textplot([[1,10.3,"n=4"],[1,6.1,"n=3"],[1,3.1,"n=2"],[1,1.1,"n=1"]],frm,color=[red,blue,"DarkGreen",
  magenta]):
> pLE:=(k)->plot(k-x,x=0..k,color=blue,thickness=2,linestyle=dash,title="Нумерация энергетических уровней",frm);
```

$$pLE := k \rightarrow plot(k-x, x=0..k, color = blue, thickness = 2, linestyle = dash, title = \text{"Нумерация энергетических уровней"}, frm) \quad (15)$$

```
> picLE:=display(pLE(1),pLE(2),pLE(3),pLE(4)):
> display(picPTE,picLE);
```



Из графиков видно, что кратность вырождения уровня с номером N=n+k равна N+1. Это означает, что уровню с номером N соотвествует N+1 линейно независимых волновых функций:

$N = 0$: Ψ_{00}

$N = 1$: Ψ_{10}, Ψ_{01}

$N = 2$: $\Psi_{20}, \Psi_{11}, \Psi_{02}$

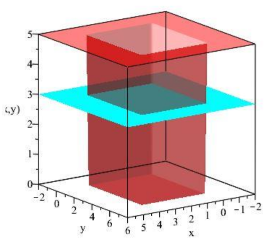
$N = 3$: $\Psi_{30}, \Psi_{21}, \Psi_{12}, \Psi_{03}$,

$N = 4$: $\Psi_{40}, \Psi_{31}, \Psi_{22}, \Psi_{13}, \Psi_{04}$

Задача
Прямоугольная бесконечно глубокая яма

```
> plot3d([U4(x,y,4,6,0,5),3],x=-2..6,y=-2..8,color=[red,cyan],thickness=5,transparency=[0.5,0.0],title=
"Двумерная прямоугольная яма конечной глубины",labels=["x","y","U(x,y)"],style=surface,grid=[100,100]);# ,
view=[-10..10,0..5]
```

Двумерная прямоугольная яма конечной глубины



Уравнение Шредингера для двумерной прямоугольной ямы бесконечной глубины имеет такой вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x, y; E) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi(x, y; E)\right) = E\psi(x, y; E).$$

Полагаем, что внутри ямы потенциальная энергия равна нулю.
Граничные условия соответствуют бесконечно глубокой яме. Именно,
на границе ямы волновая функция должна обращаться в ноль :

$$\psi(0, y; E) = 0;\ \psi(a, y; E) = 0,\ \psi(x, 0; E) = 0,\ \psi(x, b; E) = 0.$$

Это уравнение по форме совпадает с уравнением Лапласа и допускает разделение переменных.
Решение для волновой функции ищем в виде произведения :

$$\psi(x, y; E) = \Psi(x)\Phi(y)$$

Уравнения для функций $\Psi(x)$ и $\Phi(y)$ будут иметь вид одномерных уравнений Шредингера :

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x) = E_1\Psi(x),$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi(y) = E_2\Phi(y),$$

с граничными условиями :

$$\Psi(0) = 0;\ \Psi(a) = 0;$$

$$\Phi(0) = 0,\ \ \Phi(b) = 0.$$

При этом :

$$E = E_1 + E_2$$

Каждое из уравнений представляет собой уравнение Шредингера для одномерной бесконечно глубокой ямы по каждой из координат, решение которых мы знаем. Именно :

$$\Psi(x) = \Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right),$$

$$\Phi(y) = \Phi_k(y) = \sqrt{\frac{2}{b}}\sin\left(\frac{nk}{b}y\right).$$

С полной энергией уровней :

$$E_{nk} = \frac{\hbar^2}{2\,m}\left[\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 + \left(\frac{nk}{b}\right)^2\right]$$

В результате, общее решение имеет такой вид :

$$\psi(x, y; E_{nk}) = \psi_{nk}(x) = 2\sqrt{\frac{1}{ab}}\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)\sin\left(\frac{nk}{b}y\right).$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задача 1

Найдите волновые функции для трехмерной бесконечно глубокой ямы
Постройте графики волновых функций и энергетических уровней для двумерной и трехмерной бесконечно глубокой ямы

>

Задача 2

Найдите волновые функции для трехмерного гармонического осциллятора. Вычислите кратность вырождения для различных уровней.
Постройте графики волновых функций и энергетических уровней